Лекция 2. Кесіндідегі және сандық түздегі ортонормал жүйелер

Ең жиы қолданатын ортонормал жүйелер

1. Тригонометриялық жүйе
2. Лежандра. Көпмүшеліктері. $[-1,1]$ -де анықталған x^n бір мүшеліктер дің ортогонализациясы арқылы табылады.

$$R_n(x) = \frac{d^n}{dx^n}\left(x^2 - 1\right)^n$$

Эрмит функциялары: Эрмит көпмүшеліктерін Фурье түрлендірудің меншікті функциясына көбейту арқыла табылады.

Бүкіл сандық сызығында ортогонал жүйе болады

Келесі жай дифференциал теңдеудің шешімі арқылы табылады:

$$\frac{d^2 f}{dx^2} - x^2 = \mu f$$

Бұл теңдеудің көпмүшелік шешімдері бар

$$\mu = -(2n+1), n = 0,1,2,\ldots$$

Тұрақтыға дейінфактор Эрмит көпмүшелері сәйкес келеді өрнектермен

$$H_n^* = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n e^{-x^2}}{dx^n}$$

Сигнал спектрі. Гиббс құбылысы

Периодты функция үшін сигнал спектрі - Фурье қатарының коэффициенттер жиыны. Фурье қатарының жинақталуы функцияның дифференциалдану қасиеттеріне тәуелді.

Келесі теоремалар орындалады: **Жекелеп шекке өту**

Функционалды қатарды қарастырайық:

$$\sum_{1}^{\infty} u_n = u_1(x) + u_2(x) + u_3(x) + \dots \qquad (1)$$

Теорема 1. $u_n(x)$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$ *функциялар* X *облысында анықталсын және* $x \to a$ *шегі болсын.*

$$\lim_{x \to a} u_n(x) = c_n$$

Егер (1) қатары X *облысында бір қалыпты жинақталса, онда*

1)Шектерден құрастырылған қатар жинақталады

2)және (1) қатардың қосынды сы ның да шегі болады, және

$$\sum_{1}^{\infty} c_n = C$$

Осыған ұқсас жеке интегралдау және жеке дифференциалдау теоремалары орындалады

Теорема. Егер $u_n(x)\ (n=1,2,3,\ldots)$ функциялары $[a,b]$ интервалында интегралданатын болса және олардан құралған қатаросы аралықта біркелкі жинақталады, онда қатардың қосындысы да интегралданатын болады және интегралды болады.қатардың қосындысы келесі түрде беріледі:

$$\int\left(\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)\right)d\mu = \sum_{n=1}^{\infty}\int u_n(x)\,d\mu$$

Қатарды жеке туындау

Теорема. $u_n(x)\ (n=1,2,3,\ldots)$ *Функциялар* $\mathrm{X}=[a,b]$ *кесіндіде анықталсын және ол кесіндіде олардың* $u_n'(x)$ *туындалары да анықталатын болсын. Егер (1) қатар тым болмаса «нүктеде жинақталса, және туындлардан тұрғызылған қатар X аралықта бір қалыпты жинақталса, онда берілген (1) қатар X аралықта бір қалыпты жинақталады және оның қосындысы келесі формуламен анықталады*

$$\left(\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)\right)' = \sum_{n=1}^{\infty} u_n{}'(x)$$